

Docentenhandleiding

BIJLAGE B FYSISCHE UITLEG

N.B. De nadruk van de nabespreking moet liggen op de gestelde leerdoelen en die vereisen **geen** complete fysische uitleg zoals hieronder gepresenteerd. De docent kiest zelf hoever te gaan in de uitleg.

Vrije Val

Een val wordt “vrije val” genoemd wanneer luchtweerstand kan worden verwaarloosd. Stenen vallen “vrij” als we ons beperken tot een afstand van enkele meters. In vrije val verwaarlozen we alle krachten behalve de zwaartekracht, dus:

$$\Sigma F \text{ (= resultante kracht)} = m \cdot g = m \cdot a \quad (1)$$

We hebben dus een beweging met versnelling: $a = g = 9.8 \text{ m/s}^2$

De afstand h die in een tijd t wordt afgelegd is: $h(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ (2)

De tijd die nodig is om een afstand h te vallen: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (3)

Let op, de massa staat niet in de formule. Dit geldt ook voor A , de oppervlakte van de doorsnede. Als luchtweerstand verwaarloosd kan worden, dan hebben massa en oppervlakte geen invloed en vallen alle voorwerpen even snel, grote en kleine stenen, etc. Voor grotere valafstanden kan luchtweerstand meestal niet worden verwaarloosd, ook niet voor stenen.

Vallen en luchtweerstand

Vaak kan luchtweerstand niet worden verwaarloosd, zoals bij een boomblad of een vel papier. Het vallen van een boomblad is moeilijk te beschrijven. Dan kiezen we in de natuurkunde altijd eerst een eenvoudiger situatie en proberen we daar een goede beschrijving voor te vinden.

Eerste vereenvoudiging: Wanneer we de zijden van het papier omvouwen en een bakje maken, dan valt het papier op een meer regelmatige manier. Het bakje bereikt heel snel een constante snelheid en vervolgt zijn weg met constante snelheid. Als die snelheid inderdaad constant is, dan is de versnelling nul en moet de resultante kracht ook nul zijn:

$$\Sigma F = m \cdot a = m \cdot g - F_{\text{lucht op bakje}} = 0 \quad (4)$$

Hier is $F_{\text{lucht op bakje}}$ de kracht van de lucht op het bakje

Tweede vereenvoudiging: Laten we een eenvoudige formule bedenken voor de luchtweerstand. We vermoeden dat hoe groter het oppervlak van het bakje, hoe groter de luchtweerstand. We vermoeden ook dat de snelheid van het bakje iets te maken heeft met de luchtweerstand. Laten we maar eens het volgende proberen:

$$F_{\text{lucht op bakje}} = k \cdot A \cdot v \quad (5)$$

waar k een constante is, A het oppervlak en v de snelheid van het bakje

Dus we herschrijven (5) als: $m \cdot g - k \cdot A \cdot v = 0$, of $v = \frac{m \cdot g}{k \cdot A}$ (6)

Voor een beweging met constante snelheid kunnen we schrijven: $h = v \cdot t$ of

$$t = \frac{h}{v} = \frac{k \cdot A \cdot h}{mg} \quad (7)$$

De valtijd wordt groter bij een grotere oppervlakte en kleiner voor een grotere massa van het bakje. Dat klinkt heel acceptabel. Door deze vereenvoudigingen hebben we een model gekregen dat beschreven wordt door de formule voor de valtijd t (formule 7). Nu kunnen we de formule toetsen. We hebben geen stopwatch, maar de formule voorspelt dat als we twee bakjes hebben P en Q met oppervlakte A respectievelijk $2A$, dan valt het bakje met oppervlak A dubbel zo snel. Als we bakje P (met A) van $2h$ laten vallen en het bakje Q (met $2A$) van h , dan moeten ze gelijk aankomen want:

$$t_P = \frac{k \cdot A \cdot 2h}{m} = t_Q = \frac{k \cdot 2A \cdot h}{m}$$

Laten we dit proberen. Pas op, we moeten de massa constant houden. Dat kan. Als P van $\frac{1}{4} A4$ gemaakt is en Q van $\frac{1}{2} A4$, dan moeten we voor P gewoon twee bakjes in elkaar nemen, of een bakje met daarin nog een extra $\frac{1}{4} A4$ gevouwen.

Veel leerlingen vonden echter dat het bakje met $\frac{1}{4} A$ $1\frac{1}{2} \times$ zo hoog moet zijn (hoogte $1\frac{1}{2} h$) als het bakje met $\frac{1}{2} A$ (hoogte h) om toch in dezelfde tijd de grond te bereiken. Dat geeft te denken.

Op dezelfde manier voorspellen we dat een bakje P met een massa $2m$ van een hoogte $2h$ net zo snel moet aankomen als een bakje Q met massa m van hoogte h . *Dat blijkt niet te kloppen.*

Dan moeten we wat anders proberen, een functie van m . Uiteindelijk blijkt dat als we een bakje P met massa $4m$ van hoogte $2h$ laten vallen, het bakje gelijk aankomt met een bakje Q met massa m en hoogte h . Beide bakjes moeten natuurlijk dezelfde oppervlakte A hebben.

We moeten dan onze formule (7) aanpassen met als resultaat:

$$t = \frac{h}{v} = \frac{k \cdot A \cdot h}{g \sqrt{m}} \quad (8)$$

Docentenhandleiding

Even controleren, voor P krijgen we:

$$t_p = \frac{k.A.2h}{g\sqrt{4m}} = \frac{k.A.h}{gm} = t_Q \quad (9)$$

Formule 8 klopt nu voor de massa maar nog niet voor de oppervlakte A. Als we eens in een natuurkundeboek kijken, dan zien we dat boven een bepaalde minimumsnelheid de wrijvingskracht evenredig is met v^2 en niet met v. Dus formules 5, 6, en 7 worden:

$$F=k.A.v^2 \quad v = \sqrt{\frac{mg}{kA}} \quad \text{en } t = \frac{h}{v} = h \cdot \sqrt{\frac{kA}{mg}} = c.h \sqrt{\frac{A}{m}} \quad (10) \quad \text{met } c = \sqrt{\frac{k}{g}}$$

c is gewoon een nieuwe constante. Nu kloppen onze waarnemingen beter met het model. Volgens dit model valt een bakje met oppervlak A van een afstand 1,4 h in dezelfde tijd als een bakje met oppervlak 2A van een hoogte h.

$$\text{Bakje A van } 1,4h : \quad t = \frac{h}{v} = c.(1,4)h \sqrt{\frac{A}{m}}$$

$$\text{Bakje 2A van h:} \quad t = \frac{h}{v} = c.h \sqrt{\frac{2A}{m}} = c.h \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{A}{m}} = (1,4).c.h \sqrt{\frac{A}{m}}$$

Op dezelfde manier kunnen we laten zien dat een bakje met A en 4m van 2x zo hoog moet vallen als een bakje met A en m om gelijk aan te komen. Vul maar in!

$$\text{Bakje met A en 4m van 2h:} \quad t = \frac{h}{v} = c.2h \sqrt{\frac{A}{4m}} = c \cdot \frac{2}{2} \cdot h \cdot \sqrt{\frac{A}{m}} = c.h \sqrt{\frac{A}{m}}$$

$$\text{Bakje met A en m van h:} \quad t = \frac{h}{v} = c.h \sqrt{\frac{A}{m}}$$

Het zou best kunnen dat als we verder gaan met experimenteren, dat we ons model nog moeten aanpassen. Bijvoorbeeld, formule 8 zou wel eens niet kunnen kloppen voor hele kleine bakjes, of voor bakjes met hele lage of hoge wanden. Dan zullen we ons model verder moeten aanpassen.

Wat is natuurkunde?

Docentenhandleiding

In natuurkunde beschrijven we verschijnselen. Wanneer we een goede beschrijving hebben, dan kunnen we die gebruiken om voorspellingen te doen of zelfs om de verschijnselen te sturen. We gebruiken wiskunde om een nauwkeurige beschrijving te krijgen. Meestal gebruiken we daar veel meer theorie bij dan we boven hebben gedaan, maar tenslotte moeten we controleren of onze modellen kloppen. We experimenteren en dat levert meestal een verbeterd model op. Dat is wat we in dit experiment gedaan hebben. We hebben dus laten zien hoe de natuurkunde te werk gaat.

We hebben ook gezien dat je in veel experimenten 1 variabele tegelijk varieert, bijvoorbeeld de A , en dat je de andere variabelen (m) dan constant moet houden.

Nog een detail: constante snelheid?

In ons model hebben we aangenomen dat de bakjes direct een constante snelheid bereiken. Is dat zo? Wat is een typische snelheid van een bakje? Een meter vallen in 2 seconden, dus $v = \frac{1}{2}$ m/s.

Hoe lang duurt dat voordat die valsnelheid is bereikt? We maken even een ruwe schatting door aan te nemen dat de versnelling g is, in werkelijkheid is de versnelling in het begin minder want er is wrijving zodra er snelheid is.

$$v(t) = v(0) + g \cdot t \quad \text{met } v(t) = \frac{1}{2} \text{ m/s}, v(0) = 0 \text{ m/s en } g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

dan is de tijd die nodig is om te versnellen tot $\frac{1}{2}$ m/s: $t = \frac{1}{2} / 9,8 = 0,05$ s en dat is erg klein t.o.v. de totale valtijd van 2 ongeveer seconden. De aanname dat de bakjes het hele traject met constante snelheid afleggen is dus best acceptabel.